

6. Zeeman-effektus

Koltai János

2022. október

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	2
2. Elméleti háttér	3
2.1. Finomszerkezet, spin-pálya kölcsönhatás	3
2.2. A Zeeman-effektus	5
3. A Fabry–Perot-interferométer	9
3.1. Az interferencia feltétele	9
3.2. Kísérleti alkalmazás	9
4. A mérési elrendezés	11
5. Számolási feladatok	12
6. Mérési feladatok	12

1. Bevezetés

Ha egy atomot külső mágneses térbe helyezünk, az energiaszintjei eltolódnak, az eredetileg degenerált szintjei felhasadhatnak, ezt a jelenséget nevezzük Zeeman-effektusnak. A felhasadást az atomi mágneses momentumok ($\vec{\mu}$) és a külső mágneses tér (\vec{B}) kölcsönhatásaként fellépő energia okozza:

$$\Delta E = -\vec{\mu} \vec{B}. \quad (1)$$

Az (1) kifejezésben a skalárszorzat függ a mágneses tér és a mágneses momentum relatív irányától. A mágneses magrezonancia (NMR) és az elektron spin rezonancia (ESR) egyaránt az atomi energiaszintek Zeeman-felhasadásának következménye. Az NMR esetében a felhasadások a mag mágneses momentum és a nagy statikus mágneses tér irányától függenek. A magrezonancia során egy kisebb, váltakozó elektromágneses térrel (jellemzően a rádiófrekvenciás tartományban ($\nu = 20$ MHz)) a magmomentumok közti átmenet hozható létre. Az ESR-ben a Zeeman-felhasadás az elektronok mágneses momentumától függ és ezért egy sokkal nagyobb energiájú (jellemzően $\nu = 10$ GHz) váltakozó elektromágneses tér kell a rezonancia létrejöttéhez.

Ebben a kísérletben az optikai Zeeman-effektust fogjuk vizsgálni, ami bizonyos értelemben kicsit bonyolultabb, mert mindig két energiaszint felhasadását kell egyszerre figyelembe venni. Az optikai Zeeman-effektus során az atom egy gerjesztett állapotból alapállapotba (vagy egy alacsonyabb energiájú gerjesztett állapotba) relaxál, és az energiaszintek közötti energia egy foton formájában sugárzódik ki. Ha ez a folyamat külső mágneses térben zajlik, akkor mind a kezdő, mind a végállapot energiaszintjei felhasadhatnak és ennek megfelelően többféle, kicsit különböző energiájú fotont figyelhetünk meg.

Ezt a jelenséget 1896-ban Zeeman¹ fedezte fel, és magyarázta meg a Bohr-atommodell keretében. A Zeeman–Lorentz-féle magyarázatban a mágneses térben mozgó elektronokra Lorentz-erő hat, ami kissé módosítja a pályájukat és ezáltal az energiájukat. Ez az energiaváltozás függ a pálya irányától, ha merőleges a pálya a mágneses térre, akkor a ΔE energia pozitív vagy negatív lesz, attól függően, hogy az elektron mozgása a pálya mentén az óramutató járásával egyező vagy ellenkező. Ha a mágneses tér a pálya síkjába esik, akkor pedig a Lorentz-erő átlaga egy körbejárás során zérus lesz, és emiatt a $\Delta E = 0$ lesz. Ez az érvelés minden esetben a spektrumvonalak hármas („normális”) felhasadására vezet. Egy körültekintőbb tárgyalás ugyanezt az eredményt adja tetszőleges irányultságú pálya esetén. Egy kvantummechanikai tárgyalás nem a Lorentz-erőn alapul, hanem azon, hogy egy adott pályaimpulzus-momentumú elektronhoz μ_l mágneses momentum kapcsolódik, és az (1) egyenletnek megfelelően egy energia-felhasadásra vezet. Ez a felhasadás természetesen függ a mágneses momentum és külső mágneses tér relatív irányultságától.

¹Pieter Zeeman (1865–1943), holland fizikus. 1902-ben Hendrik Lorentzcel megosztott Nobel-díjat kapott a később róla elnevezett jelenség felfedezéséért.

A gyakorlatban a „normális” három vonalas Zeeman-felhasadást ritkán tudjuk megfigyelni. Általában egy nagyfelbontású spektroszkóppal több, mint három vonalat találunk, sőt, ha éppen három vonalat találunk, akkor is azok nem a Zeeman-Lorentz féle érvelésnek megfelelően függnek a mágneses tértől. Ezt az „anomális” Zeeman-effektust csak évekkel később, az elektron spinjének felfedezését követően lehetett megmagyarázni. Az elektron spinje, vagyis saját impulzusmomentuma, egy belső szabadsági fok, amihez szintén kapcsolódik mágneses momentum, csak a pályából származó mágneses momentumtól eltérő mértékű, nagyjából annak kétszerese.

A mérés során a *higany* $^3S_1 \rightarrow ^3P_2$, zöld vonalának Zeeman-felhasadását fogjuk vizsgálni, a kis mágneses tér (< 1 T) határesetben. Mivel a felhasadás kicsi ($B = 1$ T mágneses tér esetén is $0,01$ nm nagyságrendű), megfigyeléséhez nagyfelbontású spektroszkópiai módszert kell alkalmazni, jelen esetben a felhasadásokat Fabry–Perot-interferométerrel figyeljük meg.

A Zeeman-effektus leírásához szükséges legfontosabb ismereteket átemeltük a függelékéből ebbe a leírásba, de aki ez alapján nem érti, annak javasoljuk az [A. függelék](#) elolvasását illetve Csanád Máté jegyzetét [\[2\]](#).

2. Elméleti háttér

2.1. Finomszerkezet, spin-pálya kölcsönhatás

A spin-pálya kölcsönhatás egy relativisztikus korrekció, még hozzá talán a legfontosabb. A legkisebb rendszámú elemeknél ugyan még összemérhető vele a másik relativisztikus korrekció, a kinetikus energia $p^2/2m$ -es képletének módosítása – ahogy arra a H-atomnál majd utalunk. Azonban a spin-pálya kölcsönhatás erőssége a rendszám negyedik hatványával nő, tehát – szinte csak a H-atom kivételével – döntő mértékben ez határozza meg az energiaszintek finomszerkezetét.

Tulajdonképpen magának a spinnek a léte a legjelentősebb, és még álló elektronra sem elhanyagolható relativisztikus korrekció! Az elektront relativisztikusan helyesen leíró Dirac-egyenletből következő spint, mint diszkrét változót, semmiképpen nem hagyhatjuk el. A spinnek az energiaszintekre való – a Pauli-elven keresztüli áttételes – hatását a Hund-szabályoknál szokás tárgyalni.

A spin-pálya kölcsönhatás – a Dirac-egyenlet egy finomabb következményeként – azt a tényt írja le, hogy egy elektron spin- és térbeli változói nem teljesen függetlenek. A fizikai lényeg azonban a Dirac-egyenlet nélkül is megérthető. A spin-pálya kölcsönhatás eredete szemléletesen: a \vec{v} sebességgel mozgó elektron az atommag (centrális) elektromos terét ($\vec{E} \propto \vec{r}/r^3$) részben ($\vec{v} \times \vec{E}$ -vel arányosan) mágneses térnek érzi ($\vec{B}_b \propto \vec{v} \times \vec{E} \propto \vec{v} \times \vec{r} \propto \vec{L}$). Az elektron \vec{S} spinjével arányos $\vec{\mu}_S$ mágneses dipólusmomentumnak ebben a belső \vec{B}_b mágneses térben

$$-\vec{\mu}_S \vec{B}_b \propto \vec{S}(\vec{v} \times \vec{E}) \propto \vec{S}(\vec{v} \times \vec{r}) \propto \vec{S} \vec{L} = \xi(r) \vec{S} \vec{L} \quad (2)$$

energiája van.

A 2 képletben ki nem írt konstansokat tartalmazó $\xi(r)$ -t az elektron térbeli hullám-függvényével kiátlagolva a következő alakra ² jutunk:

$$K_{SO} = \lambda \vec{L} \vec{S}. \quad (3)$$

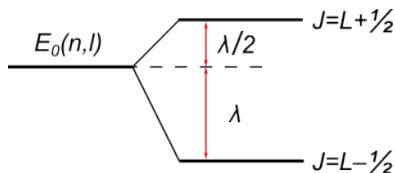
Tekintve, hogy a mag elektromos tere a Z rendszámmal arányos, valamint $\frac{1}{r^3}$ várható értéke Z^3 -nel arányos, összességében a λ spin-pálya csatolási állandó értéke a rendszám negyedik hatványával nő:

$$\lambda \propto Z^4. \quad (4)$$

A finomszerkezet ezek után könnyen megérthető. A spin-pálya kölcsönhatás következtében nem mindegy, hogy az elektron spinje (\vec{S}) és pályamomentuma (\vec{L}) hogy áll egymáshoz képest, más szóval mekkora az eredő impulzusmomentum ($\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$):

$$\lambda \vec{L} \vec{S} = \frac{\lambda}{2} \left((\vec{L} + \vec{S})^2 - \vec{L} \vec{L} - \vec{S} \vec{S} \right) = \frac{\lambda}{2} ((J(J+1) - L(L+1) - S(S+1))). \quad (5)$$

Például $L = 1$ és $S = 1/2$ esetén az eredetileg degenerált term fölhasad két szintre, az 1. ábrán látható módon. Ez eredményezi pl. az alkáliatomok spektrumában megfigyelhető jellegzetes dubletteket. A nátrium D-vonala ily módon – elegendő felbontás esetén – két közeli vonalra hasad föl: D_1 (589,593 nm) és D_2 (588,9963 nm).



1. ábra. A spin-pálya kölcsönhatás okozta finom felhasadás

λ rendszámfüggése (lásd 4) alapján érthető, hogy míg a nátrium sárga dublettjében a vonalak között csupán 0,6 nm a hullámhosszkülönbség, addig a nagyobb rendszámú cézium finomszerkezeti felhasadása sokkal nagyobb: 42,2 nm.

Egy atom energiaszintjeinek ábráját, berajzolva a megengedett átmeneteket is, a hozzájuk tartozó hullámhossz-értékekkel együtt Grotrian-diagramnak nevezzük.

A megengedett optikai átmenetekre vonatkozó kiválasztási szabályok:

$$\Delta S = 0 \quad (6a)$$

$$\Delta L = 0, \pm 1 \quad (6b)$$

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad (6c)$$

$$(\text{de a } J = 0 \rightarrow J = 0 \text{ tiltott}) \quad (6d)$$

²Ezt a relativisztikus korrekciót lehet a spin-pálya csatolás Hamilton-operátorának nevezni.

A termjelölésekkel kapcsolatban eddig leírtak szigorúan véve csak addig alkalmazhatók, amíg az egyes elektronok spin-pálya kölcsönhatása ($\lambda_i \cdot l_i s_i$) sokkal kisebb, mint a durva szerkezetet meghatározó egyéb kölcsönhatások. Ebben az esetben van jól definiált értelme eredő pályá- ($\vec{L} = \sum \vec{l}_i$) illetve eredő spin-momentumról ($\vec{S} = \sum \vec{s}_i$) beszélni. Az eredő teljes impulzusmomentum ($\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$) pedig ezekből tevődik össze, a jól ismert vektormodell keretein belül. Ez az ún. LS-csatolás (Russel–Saunders-csatolás). A másik véglet az, amikor az egyes elektronok spin-pálya csatolása nagyon nagy. Ilyenkor előbb az egyedi pályá- és spin-momentumok csatolódnak össze ($\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i$), a teljes impulzusmomentum pedig ezek eredője ($\vec{J} = \sum \vec{j}_i$). Ez az ún. jj -csatolás.

Valójában még az olyan nagy rendszámú atomokban, mint a Hg vagy az Pb sem teljesülnek maradéktalanul a jj -csatolás feltételei, hanem még ezek is a két véglet közé esnek. A gyakorlatban ilyenkor is az LS-csatolásnak megfelelő termjelöléseket használjuk. Egyetlen fontos következménye van annak, hogy a pályá- és spin-momentumok erősen összecsatolódnak: a 6a kiválasztási szabályok nem teljesülnek szigorúan. A Hg-ra pl. az LS-csatolásban szigorúan tiltott szinglett-triplett átmenetek ($\Delta S \neq 0$) is megjelennek, sőt kifejezetten erősek. A higanygőzlámpa színképében a legerősebb vonal az UV-tartományba esik (253,7 nm), és formálisan (az LS-jelölésben) egy $6s6p \ ^3P_1 \rightarrow 6s^2 \ ^1S_0$ multiplicitás-váltó átmenetként írható le.

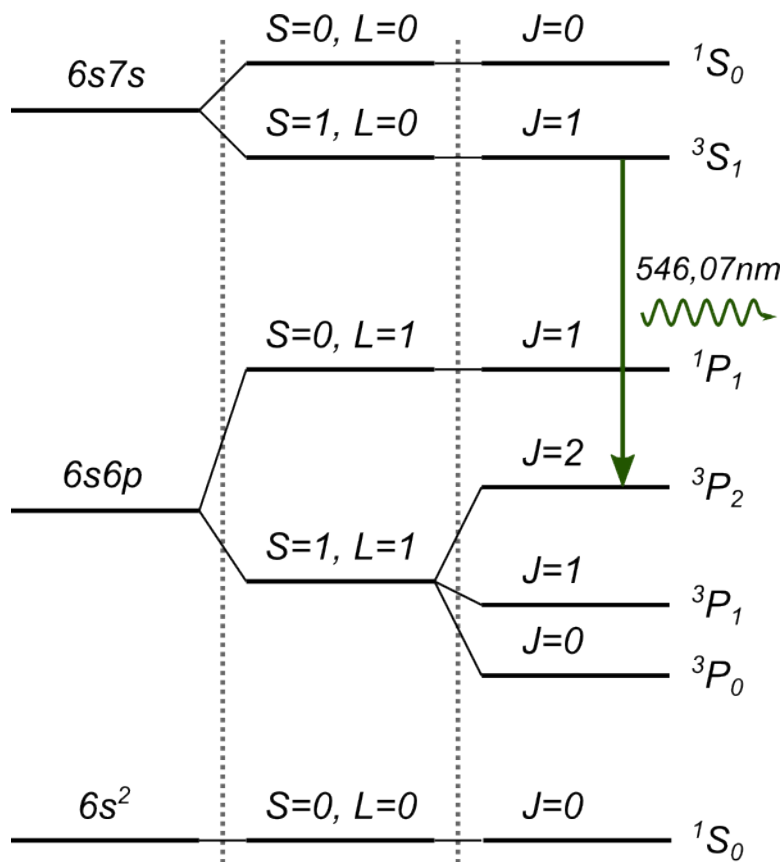
A Hg-atom alapállapotú konfigurációja: $[\text{Xe}] 4f^{14}5d^{10} 6s^2$. Az alsó energiaszinteket a 6s alhéjon lévő két legkülső elektron gerjesztései szabják meg, ezt szemlélteti a 2. ábra. (Vegyük észre, hogy az egyes konfigurációkhoz tartozó nívók energia-sorrendje megfelel a Hund-szabályoknak!)

Néhány atom jellegzetes spektrumvonalait és a hozzá tartozó nívókat az 1. táblázat tartalmazza.

2.2. A Zeeman-effektus

Zeeman a XIX. század végén felfedezte, hogy mágneses térben egyes spektrumvonalak több vonalra hasadnak fel. A felhasadt vonalak az eredetihez képest szimmetrikusan helyezkednek el. A felfedezéskor normális Zeeman-effektusnak nevezték el, amikor a felhasadt vonalak száma három. Ezt az esetet ugyanis Zeeman és Lorentz a klasszikus fizikán belül értelmezni tudta, beleértve a vonalak polarizációs tulajdonságait is. A felfedezésre és magyarázatára közösen kapták a második fizikai Nobel-díjat 1902-ben. Normális Zeeman-effektus pl. a Cd 643,85 nm-es vörös vonalának felhasadása. Ezzel szemben anomális Zeeman-effektusnak hívjuk, ha a felhasadt vonalak száma több mint három. Ilyen pl. a Na D-vonalainak felhasadása. Utóbb kiderült, hogy a normális effektus a ritkább, az anomális effektus a gyakoribb. Az anomálisnak elnevezett esetben a komplikációt az okozza, hogy az atomnak kétfajta impulzusmomentuma lehet, és a kettőhöz nem egyforma súlytal társul mágneses momentum.

A Zeeman-felhasadás oka az atomi mágneses momentumok és a külső mágneses tér



2. ábra. A Hg két külső elektronjának alsó energianívói

kölcsönhatása, mely az alábbi járulékot adja a Hamilton-operátorhoz:

$$K_Z = -(\vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S)\vec{B} = \mu_B(g_L\vec{L} + g_S\vec{S})\vec{B} = \mu_B(\vec{L} + 2\vec{S})\vec{B}. \quad (7)$$

(Itt felhasználtuk, hogy $g_L = 1$ és $g_S = 2$.)

A helyzet egyszerű abban az extrém esetben, ha a mágneses tér olyan nagy, hogy a Zeeman-kölcsönhatás jóval erősebb, mint a spin-pálya kölcsönhatás. Ekkor a pályamomentum és a spin szétcsatolódnak, az állapotok külön-külön jellemezhetők az m_L és m_S kvantumszámokkal, az energianívók Zeeman-kölcsönhatás miatti felhasadása pedig:

$$E(B) = E_0 + \mu_B B(m_L + 2m_S). \quad (8)$$

(E_0 jelöli a zérus külső mágneses térben érvényes energiát, továbbá a z -tengelyt a külső mágneses tér irányába vesszük.) Ezt az esetet úgy tekinthetjük, mint az \vec{L} és \vec{S} külön-külön precesszióját a \vec{B} külső mágneses tér körül. Ez az ún. Paschen-Bach-effektus, eléréséhez azonban rendkívül nagy (10–100 T) mágneses tér szükséges.

Elem	Vonal (nm)	Átmenetek				
Na	589,59 (D ₁)	3s	² S _{1/2}	-	3p	² P _{1/2}
	588,99 (D ₂)		² S _{1/2}	-		² P _{3/2}
Rb	794,7 (D ₁)	5s	² S _{1/2}	-	5p	² P _{1/2}
	780,8 (D ₂)		² S _{1/2}	-		² P _{3/2}
Cd	643,85	5s5p	¹ P ₁	-	5s5d	¹ D ₂
	508,58		³ P ₂	-	5s6s	³ S ₁
	479,99		³ P ₁	-		³ S ₁
	467,82		³ P ₀	-		³ S ₁
Hg	578,97	6s6p	¹ P ₁	-	6s6d	³ D ₁
	576,96		¹ P ₁	-		³ D ₂
	546,07		³ P ₂	-	6s7s	³ S ₁
	491,60		¹ P ₁	-	6s8s	¹ S ₀
	435,84		³ P ₁	-	6s7s	³ S ₁
	434,36		¹ P ₁	-	6s7d	³ D ₁
	433,92		¹ P ₁	-		³ D ₂
	410,81		¹ P ₁	-	6s9s	¹ S ₀
	407,78		³ P ₁	-	6s7s	¹ S ₀
	404,66		³ P ₀	-		³ S ₁

1. táblázat. Néhány atom jellegzetes spektrumvonalai.

Nem extrém nagy (legfeljebb néhány tesla) tereknél a spin-pálya csatolás erősebb a Zeeman-kölcsönhatásnál. Az \vec{L} és \vec{S} a \vec{J} körül precesszál, míg a külső mágneses térrel való kölcsönhatás a \vec{J} precessziójához vezet \vec{B} körül. A \vec{J} kölcsönhatásban egy, a \vec{B} irányába vett átlagos mágneses momentumot kell meghatározni:

$$\langle \mu_J \rangle = \mu_L \cos \Theta_{LJ} + \mu_S \cos \Theta_{SJ}, \quad (9)$$

ahol pl. Θ_{LJ} az \vec{L} és \vec{J} közötti szöveget jelöli. A Zeeman-energia:

$$E_Z = - \langle \mu_J \rangle B \cos \Theta_{JB}. \quad (10)$$

A fenti egyenletben szereplő \cos -függvények az alábbi kifejezésekkel számolhatók:

$$\cos \Theta_{JB} = \frac{J_z}{J}, \quad \cos \Theta_{LJ} = \frac{\vec{L} \cdot \vec{J}}{LJ}, \quad \cos \Theta_{SJ} = \frac{\vec{S} \cdot \vec{J}}{SJ}. \quad (11)$$

A skalárszorzatok meghatározásához néhány kvantummechanikai összefüggést kell alkalmazni. Így $\vec{L} \cdot \vec{J} = \vec{L}(\vec{L} + \vec{S}) = \hat{L}^2 + \vec{L} \cdot \vec{S}$ és $\hat{J}^2 = (\vec{L} + \vec{S})^2 = \hat{L}^2 + \hat{S}^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S}$, továbbá $\hat{J}^2 = J(J+1)$.

Végül, mágneses térben az energianívókat az alábbi kifejezéssel adhatjuk meg:

$$E(B) = E_0 + \mu_B B \cdot g_J m_J, \quad (12)$$

ahol g_J a Landé-faktor:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (13)$$

A felhasadáson kívül szükség van még a kiválasztási szabályokra is. A 6a szabályokon kívül még egy további szabályt kell figyelembe venni:

$$\Delta m_J = 0, \pm 1 \quad (14a)$$

$$(\text{de } m_J = 0 \rightarrow m_J = 0 \text{ tiltott, ha } \Delta J = 0). \quad (14b)$$

A $\Delta m_J = 0$ komponensek a mágneses térrel párhuzamosan polarizáltak és π -komponensnek nevezik, míg a $\Delta m_J = \pm 1$ komponensek a mágneses térre merőlegesen polarizáltak és σ -komponensnek nevezik. A mágneses térre merőleges megfigyelési irány esetén valamennyi komponens megfigyelhető, és a vonalak mind lineárisan polarizáltak. A mágneses térrel párhuzamos megfigyelési irány esetén csak a σ -komponensek figyelhetők meg, polarizációjuk cirkuláris.

A Zeeman-vonalak relatív intenzitásai a térre merőleges megfigyelésnél:
a $J \rightarrow J + 1$ átmenetekre:

$$m_J \rightarrow m_J \pm 1 \quad I = a(J + 1 \pm m_J)(J + 2 \pm m_J) \quad (15a)$$

$$m_J \rightarrow m_J \quad I = 4a(J + 1 + m_J)(J + 1 - m_J) \quad (15b)$$

a $J \rightarrow J$ átmenetekre:

$$m_J \rightarrow m_J \pm 1 \quad I = b(J \pm m_J + 1)(J \mp m_J) \quad (16a)$$

$$m_J \rightarrow m_J \quad I = 4bm_J^2 \quad (16b)$$

ahol a és b határozatlan állandók. A 15a egyenlet a $J \rightarrow J - 1$ átmenetekre is alkalmazható annak figyelembevételével, hogy azok a $J \rightarrow J + 1$ átmenetek fordítottjai és a mikrofolyamatok reverzibilisek.

3. A Fabry–Perot-interferométer

A Fabry–Perot-interferométer két párhuzamos, erősen visszaverő (gyengén áteresztő) tükrölemezről áll. Mivel nagyon érzékeny az interferencia feltétel a hullámszám változására, az elrendezés nagyfelbontású spektroszkópiai eszközként használható. A Fabry–Perot-interferométerről részletesebben volt szó az Optika kurzus keretében[1], itt csak a legfontosabb ismereteket foglaljuk össze.

3.1. Az interferencia feltétele

Tekintsünk két, egymástól d távolságban lévő, párhuzamos üveglemezt, melyre λ hullámhosszú, monokromatikus fénysugár esik be (3. ábra)! Az üveglemezek belső felületei részben tükrözőek, így ha a θ beesési szög kicsi, a sugár sokszorosan reflektálódik az üveglemezek között. A jobb oldalon kilépő sugarakra az optikai úthossz különböző, azok a végtelenben, vagy egy gyűjtőlencse fókusz síkjában interferálnak (3). Jelölje δl az optikai úthosszak különbségét a szomszédosan kilépő (eggyel többször oda-vissza reflektálódott) sugarak esetén. A 3. ábráról leolvasható, hogy fennáll a következő összefüggés:

$$\delta l = \overline{AB} + \overline{BC} = 2d \cos \theta, \quad (17)$$

ahonnan a két sugár közötti fáziskülönbség:

$$\delta\varphi = 2\pi \frac{\delta l}{\lambda} + \varphi_1 + \varphi_2 = 4\pi \cos \theta \frac{d}{\lambda} + \varphi_1 + \varphi_2, \quad (18)$$

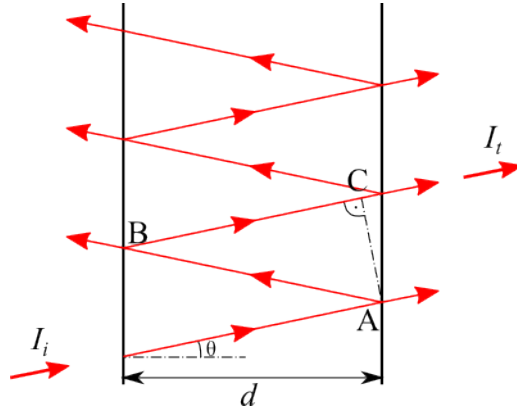
ahol φ_1, φ_2 a fémrétegeken visszaverődéskor kapott fázisváltozás. A beesési szögtől függően az átmenő fény interferenciájában erősítés vagy gyengítés (kioltás) lép fel. Az erősítés feltétele most is $\delta\varphi = 2\pi m$, ahol m egy tetszőleges egész szám. Ha eltekintünk a fémrétegeken visszaverődéskor kapott fázisváltozásoktól, akkor az m -ed rendű erősítés iránya a következő lesz:

$$\cos \theta_m = \frac{\lambda m}{2d}. \quad (19)$$

Megjegyezzük, hogy kis szögekre m nagy szám lesz, ugyanis be szokás vezetni m_0 -át, ami a fenti egyenlet megoldása $\theta = 0$ szög esetén, azaz $m_0 = 2d/\lambda$. Szokásos paraméterek mellett $m_0 \approx 10^4$.

3.2. Kísérleti alkalmazás

A jelen kísérletben alkalmazott elrendezés a 4. ábrán látható. Egy kiterjedt fényforrás sugarait egy gyűjtőlencse kis divergenciájú nyalábként az interferométerre vetíti. A rendszer hengeres szimmetriája miatt a tágulóan beeső nyaláb az interferométer mögött egy színes gyűrűrendszerként képződik le. Ez akár végtelenre akkomodált szemmel



3. ábra. Egy sugár többszöri visszaverődése a Fabry–Perot-interferométerben

is megfigyelhető. A gyűrűk kvantitatív megértéséhez tekintsünk monokromatikus nyalábot, és leképezésként használjunk egy második gyűjtőlencsét a fókusz síkjában elhelyezett ernyővel! A gyűjtőlencse az optikai tengellyel θ szöget bezáró párhuzamos nyalábot a fókusz síkjában egy pontba képezi le, melynek távolsága az optikai tengelytől:

$$\overline{OP_\theta} = D/2 = f \operatorname{tg} \theta, \quad (20)$$

ahol f a lencse fókusz távolsága, D pedig a kialakuló gyűrű átmérője lesz. Ha figyelembe vesszük a (19) interferencia-feltételt, akkor paraxiális sugarakra (θ_m kicsi, azaz $\operatorname{tg} \theta_m \approx \sin \theta_m$) adódik, hogy:

$$\left(\frac{D_m}{2f}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\lambda m}{2d}\right)^2 = \left(1 + \frac{\lambda m}{2d}\right) \left(1 - \frac{\lambda m}{2d}\right). \quad (21)$$

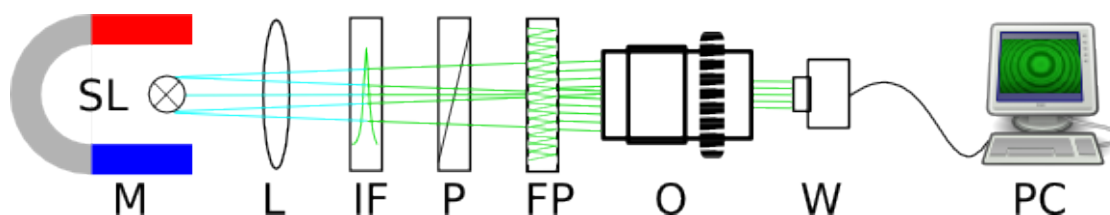
Ha figyelembe vesszük, hogy $m, m_0 \gg m_0 - m$, a következő alakra juthatunk:

$$D_m^2 = 8f^2 \left(1 - \frac{\lambda m}{2d}\right). \quad (22)$$

Ez a kifejezés az alapja a mérés kiértékelésének. A (22) képlet m -ben lineáris, tehát a szomszédos gyűrűk átmérőnégyzeteinek különbsége mindig állandó lesz:

$$D_{m-1}^2 - D_m^2 = 8f^2 \frac{\lambda}{2d} = \operatorname{const}. \quad (23)$$

Ez a kifejezés lehetőséget teremt a Fabry–Perot-interferométer kalibrálásához, ha ismerjük a lencse fókusz távolságát és a monokromatikus nyaláb hullámhosszát, vagy a lencse fókusz távolságát számolhatjuk ki, ha az interferométer tükreinek távolságát ismerjük. A mérés során ennek kicsit módosított alakját használjuk majd a kalibráláshoz.



4. ábra. A mérési elrendezés vázlatos rajza: SL - spektrállámpa, M - elektromágnes, L - gyűjtőlencse, IF - interferencia szűrő, P - polarizátor, FP - Fabry-Perot interferométer, O - objektív, W - webkamera, PC - számítógép

A (22) képlet alapján tudjuk a felhasadások következményeképpen kialakuló interferenciagyűrűket értelmezni. Ha feltételezzük, hogy az interferenciaképet két közeli hullámhosszú monokromatikus nyaláb hozza létre, melyeknek a hullámhosszai rendre λ és $\lambda + \Delta\lambda$, akkor a gyűrűk átmérői között az alábbi összefüggés fog teljesülni:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{8f^2}(D_m^2 - D_m'^2). \quad (24)$$

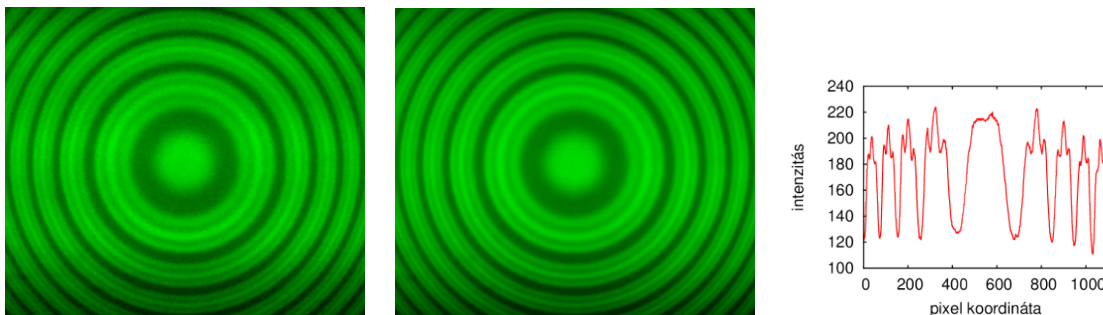
A mérés során mindvégig ezen formula alapján fogjuk a Zeeman-felhasadást kiszámolni.

4. A mérési elrendezés

A kísérleti elrendezés vázlatos összeállítása a 4. ábrán látható. Az elektromágnes (M) pólusai között helyezkedik el a spektrálizzó (SL). A spektrálizzó fénye egy gyűjtőlencsével (L) kissé széttartó nyalábként a Fabry-Perot-interferométerre jut. Az interferencia szűrő (IF) segítségével kiválaszthatjuk a vizsgálandó spektrálvonalat, a polarizátorral (P) pedig a mágneses térrel párhuzamos (π) illetve arra merőleges (σ) komponenseket tudjuk majd szétválasztani. A Zeeman-felhasadást ebben az elrendezésben a mágneses térre merőleges irányban kilépő fotonokon figyeljük meg. Elvileg lehetséges lenne a térrel párhuzamos megfigyelés is, csak ahhoz a tekercsek magjára lyukat kellene fúrni, hogy az izzó fénye arra is ki tudjon a tekercsek közül lépni. A gyűrűket egy objektív (O) a webkamera (W) bemenetére vetíti, a keletkező képeket számítógépen (PC) rögzítjük.

A gyűrűket megfigyelhetjük szabad szemmel is. Ehhez el kell távolítani az objektívet és a webkamerát. Ezt felhasználhatjuk a Fabry-Perot-interferométer lemezeinek párhuzamosra állítására: ha szemünket az optikai tengelyre merőlegesen mozgatjuk – rossz beállítás esetén – a gyűrűk egyes irányokban mozogva tágulnak, míg más irányban szűkülnek. A táguló iránynak megfelelő lemeztávolságot ekkor finoman csökkenteni kell. A lemezek állítására az interferométer előlapján három csavar szolgál.

Az objektívvel és webkamerával történő megfigyelés esetén kissé módosítani kell a (23) és a (24) formulákat. Mivel az első lencse után további lineáris leképezések következnek,



5. ábra. A Fabry–Perot-interferométeren keletkező gyűrűrendszer Zeeman-felhasadása, a higany zöld vonalára, párhuzamos polarizátor állás (π) esetén. A nyers kép mellett az átlagolás eredménye, valamint az átmérő mentén vett intenzitáseloszlás látszik.

amelyek nagyítása nem ismert, célszerű az alábbi alakokat használni:

$$D_{m-1}^2 - D_m^2 = N \frac{\lambda}{2d}, \quad (25)$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{N}(D_m^2 - D_m'^2), \quad (26)$$

ahol D_m a felhasítatlan gyűrű átmérője (a kalibrációs ábráról), D_m' az adott gyűrű átmérője a felhasadás után, N a nagyítási tényező, melyet a kalibráció során az első egyenletből határozunk meg. Fontos, hogy ezután már a rendszer nagyításán ne változtassunk! A kamerával készült képek minősége nagymértékben javítható több kép átlagolásával, ezért képsorozatot készítünk a mérés során, majd a képfeldolgozás első lépéseként átlagoljuk azokat. Az 5. ábrán példaként egy π átmenetéről készült kép látható.

5. Számolási feladatok

- Számolja ki a g-faktor értékét a 3P állapotokra!
- Számolja ki a higany zöld vonalának relatív intenzitásait!

6. Mérési feladatok

A spektrállámpa ultraibolya fényt is kibocsájt, mely a szemre ártalmas lehet, ezért ne nézzünk tartósan a spektrállámpába! Az elektromágnes tápegységét mindig a minimálisra állított áramerősségnél kapcsoljuk ki vagy be!

1. A Hall-szonda segítségével határozzuk meg az áram és a mágneses tér nagysága közti kapcsolatot! Mérjük meg 10 áramerősségnél a mágneses tér nagyságát!

2. Végezzük el a berendezés optikai beállítását!
3. A kvalitatív vizsgálódás végeztével kalibrációként vegyük fel zérus mágneses tér mellett az intenzitáseloszlást! Ebből a (25) képletben az N nagyítási tényező meghatározható. Fontos, hogy ezután az optikai beállítást már nem szabad megváltoztatni! A kamerával készült képek minősége nagymértékben javítható több kép átlagolásával, ezért képsorozatot (legalább 10 kép) készítsünk a mérés során, majd a képfeldolgozás első lépéseként átlagoljuk azokat!
4. 5-5 mágneses tér értéknél vizsgáljuk a σ - illetve a π -átmeneteket! A Zeeman-felhasadásokat a (26) képlet alapján határozhatjuk meg. Ábrázoljuk a Zeeman-felhasadásokat a mágneses tér függvényeként!
5. A Zeeman-felhasadások mágneses tér függéséből számoljuk ki a Bohr-magneton értékét!
6. Értelmezzük a kapott eredményeket!

Hivatkozások

- [1] Cserti József: *”Bevezetés a modern optikába”*, 4. előadás 15. oldal, http://cserti.web.elte.hu/okt/M0-04_CsJ.pdf (2021.10.15-én letöltve).
- [2] Csanád Máté: *”Atom- és kvantumfizika”*, http://atomfizika.elte.hu/atomkvantum/files/atomkvantum_jegyzet.pdf 7.3 fejezet és előzményei (2021.10.15-én letöltve).