20. A Bell–CHSH-egyenlőtlenségek tesztelése

J. Koltai, B. Fecske, E. Kósa, L. Oroszlány és Z. Tajkov

2021. november 18.

1. Bevezetés

”Ez a hosszúra nőtt fejezet sok tekintetben a lelke az egész könyvnek; az eddigiek megtanulása – bár minden része önmagában is fontos – mintha csak azt készítené elő, hogy az olvasó az itt következőket könnyebben megértse.” – írja Geszti Tamás ”Kvantummechanika” című könyvében [1] a 15. fejezet elején. A fejezet a többrészecskerendszerek kvantummechanikájának leírásáról szól és az *összefonódás* jelenség szemléltetésével kezdődik. Ahelyett, hogy itt megismételnénk azt az elgondolkodtató megközelítést, javasoljuk a könyv olvasgatását [2].

A mérés célja a kvantummechanika egyik legellentmondásosabb következményének, a *kvantum-összefonódásnak* a vizsgálata. A kvantum-összefonódás témája a klasszikus és a kvantumfizika közötti eltérés középpontjában áll: az összefonódás a kvantummechanika egyik fő jellemzője, amely hiányzik a klasszikus mechanikából. Az összefonódás nem kizárólag elméleti szempontból érdekes, hanem számos mai és jövőbeni alkalmazásnak az alapjául szolgál. A kvantumszámítógépek, a kvantum titkosítás, a kvantum teleportáció, úgy általában a kvantuminformatika már megvalósult és még kísérleti stádiumban lévő részei mind a kvantum-összefonódást használják ki [3].

A jelenség akkor következik be, amikor részecskék egy csoportja úgy jön létre vagy lép kölcsönhatásba egymással, hogy kvantumállapotuk már nem írható le a többi részecske állapotának figyelembevétele nélkül. Még akkor sem, ha ezek a részecskék térben időközben eltávolodnak egymástól. Tankönyvi példa erre két részecske, amiknek keletkezésekor a fizika törvényei előírják, hogy a teljes spinük nulla kell legyen és az egyik részecske spinje az óramutató járásával megegyező irányban van egy adott tengelyen, akkor a másik részecske spinje, ugyanezen a tengelyen mérve, az óramutató járásával ellentétes irányban van. Ez a viselkedés azonban paradoxnak tűnő hatásokat eredményez: egy részecske tulajdonságainak bármilyen mérése az adott részecske hullámfüggvényét visszafordíthatatlanul összeomlasztja, és megváltoztatja az eredeti kvantumállapotot. Az összefonódott részecskék esetében az ilyen mérések az összefonódott rendszer egészére hatnak[1]. Ez látszólag ellentmondásban áll

[1]Felmerül a kérdés, hogy mekkora sebességgel omlik össze a hullámfüggvény? Esetleg gyorsabban, mint a fénysebesség? Képzeljük el, hogy egy hegységben kirándulunk, de letérünk az ösvényről és nem találjuk a túrajelzéseket. Mérhetetlenül eltévedünk, egy ponton már csak abban lehetünk biztosak, hogy valahol az erdőben vagyunk. A térképet nézegetve egy hatalmas kiterjedt területen belül vagyunk, valahol. Aztán egyszercsak meglátunk egy táblát, ami azonnal tökéletes pontossággal világossá teszi számunkra, hogy hol vagyunk. Az eddigi bizonytalan állapotunkat leíró „hullámfüggvény” milyen sebességgel omlott össze?

a fizika egyik legtöbbet és legalaposabban ellenőrzött elméletének axiómáival: a speciális relativitáselméletével. Ez pedig nem más, mint a lokalitás.

Fizikában a lokalitás elve azt mondja ki, hogy egy tárgyat csak a közvetlen környezete befolyásol. A koncepció lényege, hogy ahhoz, hogy az egyik ponton végbemenő hatás egy másik pontra is hatással legyen, a pontok közötti térben valaminek – például egy mezőnek – közvetítenie kell a hatást. A hatás kifejtéséhez valaminek, például egy hullámnak vagy részecskének, át kell haladnia a két pont közötti téren, és a hatást tovább kell vinnie. Látszólag ez az elv sérül az összefonódás következtében.

Ez a paradoxon vezette Boris Podolskyt és két szerzőtársát, Nathan Rosent és Albert Einsteint, hogy 1935-ben publikálják „*Teljesnek tekinthető-e a fizikai valóság kvantummechanikai leírása?*”[2] című munkájukat. A fent említett két részecskés gondolatkísérlethez nagyon hasonló szcenáriót vázoltak fel és publikációjukban amellett érveltek, hogy a kvantummechanika leírása nem lehet teljes. Mielőtt a két részecske eltávolodott volna egymástól már eldőlt, hogy kinek milyen spin orientáció jut, csak nem ismerjük az elméletet rendesen. Vannak olyan rejtett paraméterek, amelyeket még meg kell ismernünk. A kvantummechanikának ezen teljesség kérdése Einsteint haláláig foglalkoztatta és nem békélt meg vele. Egyik leghíresebb megnyilvánulása a kérdésben a következő: ”*A kvantummechanika nagyon is tiszteletre méltó. De egy belső hang azt súgja nekem, hogy ez mégsem az igazi. Az elmélet sokat nyújt, de aligha visz közelebb az Öreg titkához. Mindenesetre meg vagyok győződve arról, hogy Ő nem kockajátékos.*”[3].

A rejtett paraméterek elmélete megoldást nyújt ezekre a látszólagos ellentmondásokra, mint amilyen az összefonódás is. Matematikai megfogalmazása szerint a kvantummechanika nem determinisztikus, ami azt jelenti, hogy általában nem tudja biztosan megjósolni egyetlen mérés kimenetelét sem. Ehelyett azt jelzi, hogy a mérések kimenetelének milyen valószínűségei vannak, a megfigyelhető mennyiségek meghatározatlanságát pedig a bizonytalansági elv korlátozza. Felmerül a kérdés, hogy vajon nem rejtőzik-e a kvantummechanika mögött valamilyen mélyebb valóság, amelyet egy olyan alapvetőbb elmélettel kellene leírni, amely minden mérés kimenetelét mindig bizonyossággal meg tudja jósolni: ha minden egyes szubatomi részecske pontos tulajdonságai ismertek lennének, akkor az egész rendszer pontosan modellezhető lenne a klasszikus fizikához hasonló determinisztikus fizikával. Más szóval elképzelhető, hogy a kvantummechanika a természet hiányos leírása. A változók „rejtett” változóként való megjelölése a fizikai leírás szintjétől függ (így például, ha egy gázt hőmérséklet, nyomás és térfogat alapján írunk le, akkor a gázban lévő egyes atomok sebességei rejtett változók lennének). Ezen rejtett paraméterek elméletének tisztázására fogalmazta meg John Stewart Bell a róla elnevezett egyenlőtlenségeket.

A Bell-tétel szerint, ha a természet valóban a helyi rejtett változók elméletének megfelelően működik, akkor a Bell-teszt eredményei egy bizonyos, számszerűsíthető módon korlátozottak lesznek. Ha egy Bell-tesztet laboratóriumban végeznek el, és az eredmények nem ilyen módon korlátozottak, akkor azok nem állnak összhangban azzal a hipotézissel, hogy lokális rejtett változók léteznek. Az ilyen eredmények azt az álláspontot támasztanák alá, hogy a kvantummechanika jelenségeit nem lehet a természet egy olyan alapvetőbb leírásával magyarázni, amely jobban megfelel a klasszikus fizika szabályainak.

[2]”Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?” [4]

[3]Melyre válaszul Niels Bohr csak annyit mondott: „Ne tessék megmondani Istennek, hogy mit csináljon...”

2. A Bell–CHSH-egyenlőtlenség származtatása

Ezen mérésleírásnak nem célja a CHSH-egyenlőtlenség[4] bizonyítása, csak szemléltetni próbáljuk, hogy miről van szó. Az EPR-paradoxonban és annak Bell-féle átírásában is az a kiindulás, hogy két megfigyelő – Alice és Bob – végez mérést a részecskepár feléjük haladó tagján, amely mérések kimenetele ± 1 lehet. Eredetileg a konkrét megfontolások feles spinű részecskék spinjének méréséről szóltak, különböző bázisban – azaz a Stern–Gerlach-kísérletben a mágnesek irányát változtatva. Az azóta megvalósult mérések nagyrészt fotonok polarizációját mérték.

Ha Alice és Bob két-két mérést végez, amik rendre A, A', B, B' eredményt adnak, akkor nem nehéz látni, hogy teljesülnek az alábbi egyenlőségek:

$$AB - AB' + A'B + A'B' = A(B - B') + A'(B + B') = \pm 2 \tag{1}$$
$$AB - AB' - A'B - A'B' = A(B - B') - A'(B + B') = \pm 2, \tag{2}$$

hiszen a zárójelben szereplő $B - B'$ vagy $B + B'$ egyike zérus. Tegyük fel, hogy a mérések előtt $p(a, a', b, b')$ annak a (klasszikus) valószínűsége, hogy a rendszer olyan állapotban, amiben $A = a$, $A' = a'$, $B = b$ és $B' = b'$ lesz a mérések eredménye, ahol ezek a valószínűségek magukban foglalják az esetleges rejtett változókat, illetve attól is függnek, hogy Alice és Bob hogyan preparálják az állapotokat. Ha $\mathbf{E}(\,)$ az adott mennyiség átlagát jelöli, akkor nem nehéz belátni, hogy:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(AB - AB' + A'B + A'B') &= \sum_{aa'bb'} p(a, a', b, b')(ab - ab' + a'b + a'b') \leq \\ &\leq \sum_{aa'bb'} p(a, a', b, b') \cdot 2 = 2,\end{aligned} \tag{3}$$

valamint:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(AB - AB' + A'B + A'B') &= \sum_{aa'bb'} p(a, a', b, b')ab - \sum_{aa'bb'} p(a, a', b, b')ab' + \\ &+ \sum_{aa'bb'} p(a, a', b, b')a'b + \sum_{aa'bb'} p(a, a', b, b')a'b') = \\ &= \mathbf{E}(AB) - \mathbf{E}(AB') + \mathbf{E}(A'B) + \mathbf{E}(A'B').\end{aligned} \tag{4}$$

Ezekből kapható a Bell–CHSH-egyenlőtlenség egyik alakja:

$$S = \mathbf{E}(AB) - \mathbf{E}(AB') + \mathbf{E}(A'B) + \mathbf{E}(A'B') \leq 2. \tag{5}$$

Teljesen hasonlóan a (2) alakból kiindulva azt kapjuk, hogy

$$\bar{S} = \mathbf{E}(AB) - \mathbf{E}(AB') - \mathbf{E}(A'B) - \mathbf{E}(A'B') \leq 2. \tag{6}$$

Számos kvantummechanika könyvben megtalálható, hogy a feles spinű részecskékre ezek a várható értékek $\mathbf{E}(AB) = -\mathbf{ab}$, ha $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ a Stern–Gerlach-kísérletben a mágneses tér irányába

[4] a szerzők nevének kezdőbetűiből: J.F. Clauser; M.A. Horne; A. Shimony; R.A. Holt [5]

mutató egységvektorok. Némi algebrával belátható, hogy a két-két irányvektor megválasztható úgy, hogy minden várhatóérték $1/\sqrt{2}$ nagyságú legyen a megfelelő előjelekkel és így $S = 2\sqrt{2} > 2$ értéket kapjunk, ami sérti a Bell-egyenlőtlenséget, tehát el kell vetnünk a rejtett paraméteres elmélet hipotézist.

Kísérletekben az átlagok mérését úgy érdemes venni, hogy abban a detektorok tökéletlenségét kiküszöböljük (másképpen esély sem lenne a Bell-egyenlőtlenség megsértésére). Ehhez az az eljárás, hogy az alábbi korelációt számoljuk ki:

$$\mathbf{E}(AB) = \frac{N_{++} - N_{+-} - N_{-+} + N_{--}}{N_{++} + N_{+-} + N_{-+} + N_{--}}, \tag{7}$$

ahol $N_{\pm\pm}$ azon beütésszámok, amikor az A és B detektorok koincidenciában megszólalnak (azaz a pár mindkét tagját sikerül detektálnunk), a $\pm$ pedig a mérés eredményeknek felel meg az egyes bázisokban (a spinek esetén ez a A illetve B bázissal párhuzamos illetve ellentétes irányú spinvetületet jelenti, a fotonok esetén pedig a polarizációs iránnyal párhuzamos illetve merőleges polarizációjú foton detektálások – az egymást kizáró események – számát jelöli). A nevezőbeli normálás az összes eseményt jelenti, míg a számlálóban pozitív előjellel vannak azon eredmények, amikor mindkét detektoron ugyanazt az eredményt kaptuk és negatívval az ellentétes eredmények. Ennek a felírásnak nagy előnye, hogy a „tökéletlen” detektorokkal is jó eredményt ad.

3. Az S és $\bar{S}$ paraméterek kiszámítása

A fotonok polarizációját leírhatjuk az optika előadáson megtanult Jones-vektorokkal. A szokásos bázisválasztással a következő jelöléseket vezethetjük be egyfoton állapotokra:

$$| H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{illetve} \quad | V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

A kétfotonos állapotokat az egyfotonos állapot tenzorszorzataként írhatjuk fel, azaz például:

$$| HV\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{9}$$

ami olyan kétfoton állapotot ír le[5], amiben az első foton polarizációja horizontális (H), a második foton polarizációja vertikális (V). Az alábbi négy, teljesen összefont állapotot Bell-

[5]Ez az állapot egyébként sértené a kvantummechanika egyik posztulátumát, miszerint a részecskék megkülönböztethetetlenek.

állapotnak szokás nevezni:

$$\Phi_+ = \frac{\sqrt{2} \mid HH\rangle + \sqrt{2} \mid VV\rangle}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \Phi_- = \frac{\sqrt{2} \mid HH\rangle - \sqrt{2} \mid VV\rangle}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_+ = \frac{\sqrt{2} \mid HV\rangle + \sqrt{2} \mid VH\rangle}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Psi_- = \frac{\sqrt{2} \mid HV\rangle - \sqrt{2} \mid VH\rangle}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Ezek az állapotok azért teljesen összefonódottak, mert a bennük a két állapot egyenlő súllyal szerepel (Például a $\frac{1}{2} \mid HH\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2} \mid VV\rangle$ kombináció is egy összefonódott állapotot írna le, de ebben részleges az összefonódás).

A forrásunk a fenti Bell-állapotokat állít elő. A mérés ebben az esetben polárszűrők után helyezett detektorokkal történik. A polárszűrő hatását Jones-mátrixokkal írhatjuk le. Egy tetszőleges irányú polárszűrő Jones-mátrixa a következőképpen írható fel:

$$P_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin(\alpha)\cos(\alpha) \\ \sin(\alpha)\cos(\alpha) & \sin^2(\alpha) \end{pmatrix}. \tag{10}$$

A detektor pedig az állapottal szendvicselt várhatóértéket méri – azaz ekkora valószínűséggel fogja detektálni a fotonunkat (a gyakorlatban természetesen ennél ritkábban a tökéletlensége miatt, de ezt a fent leírt módon kiejtjük):

$$\langle H \mid P_\alpha \mid H\rangle = \cos^2\alpha. \tag{11}$$

A kétfotonos esetben, ha mindkét foton útjában van egy-egy polárszűrő (α illetve β irányú), akkor kétfotonos állapotok terén ható Jones-mátrixot a két megfelelő egyfotonos Jones-mátrix tenzorszorzataként írhatjuk fel[6]:

$$P_{\alpha,\beta} = P_\alpha \otimes P_\beta = \begin{pmatrix} \cos^2(\alpha)P_\beta & \sin(\alpha)\cos(\alpha)P_\beta \\ \sin(\alpha)\cos(\alpha)P_\beta & \sin^2(\alpha)P_\beta \end{pmatrix} = \tag{12}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos^2(\alpha)\cos^2(\beta) & \sin(\beta)\cos^2(\alpha)\cos(\beta) & \sin(\alpha)\cos(\alpha)\cos^2(\beta) & \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\alpha)\cos(\beta) \\ \sin(\beta)\cos^2(\alpha)\cos(\beta) & \sin^2(\beta)\cos^2(\alpha) & \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\alpha)\cos(\beta) & \sin(\alpha)\sin^2(\beta)\cos(\alpha) \\ \sin(\alpha)\cos(\alpha)\cos^2(\beta) & \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\alpha)\cos(\beta) & \sin^2(\alpha)\cos^2(\beta) & \sin^2(\alpha)\sin(\beta)\cos(\beta) \\ \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\alpha)\cos(\beta) & \sin(\alpha)\sin^2(\beta)\cos(\alpha) & \sin^2(\alpha)\sin(\beta)\cos(\beta) & \sin^2(\alpha)\sin^2(\beta) \end{pmatrix}.$$

Egy mérés eredménye a polárszűrők után, ha a Φ_+ Bell-állapotú fotonpárral mérünk:

$$\langle \Phi_+ \mid P_{\alpha,\beta} \mid \Phi_+\rangle = \frac{\cos^2(\alpha-\beta)}{2}, \tag{13}$$

amit kaptunk, az megfelel az AB mérésre vonatkozó (7) kifejezésben szereplő N_{++} beütésszámnak (ahol Alice α, Bob β szögre állította a polárszűrőjét). Ha például az N_{-+}-t szeretnénk meghatározni, akkor az α helyett $\alpha + \pi/2$ szögre kell állítanunk a polárszűrőnket.

[6] *Kérdés:* Hogyan lehet eljárni, ha csak ez egyik foton útjába teszünk polárszűrőt, de kétfotonos állapotokat akarunk vizsgálni? Ilyenkor hogyan lehet a 2×2-s Jones-mátrixot a 4 komponensű Jones-vektorra hattatni?

Ha a (7)-ban az összes tagot kiszámoljuk, akkor az $\mathbf{E}(AB) = \cos(2\alpha - 2\beta)$ eredményt kapjuk, amit behelyettesíthetünk az (5) definícióba, és végül az S paraméterre a lenti kifejezés adódik:

$$S = \cos(2\alpha_1 - 2\beta_1) - \cos(2\alpha_1 - 2\beta_2) + \cos(2\alpha_2 - 2\beta_1) + \cos(2\alpha_2 - 2\beta_2), \tag{14}$$

ahol Alice az α_1 és α_2, míg Bob a β_1 és β_2 bázisokban mér és az eredmény a Φ_+ Bell-állapotra vonatkozik. Némi trigonometriával belátható, hogy meg lehet a négy szöget úgy választani, hogy minden tag $1/\sqrt{2}$ nagyságú lesz, és az előjelek olyanok lesznek, hogy az összeg $S = 2\sqrt{2} > 2$, ami a Bell-egyenletlenség megsértése. Belátható, hogy ebben a mérési elrendezésben ez a Bell-egyenlőtlenségek elvileg elérhető legnagyobb megsértése. Ehhez a szokásos választás:

$$\alpha_1 = 0 \qquad \alpha_2 = \tfrac{\pi}{4} \qquad \beta_1 = \tfrac{\pi}{8} \qquad \beta_2 = \tfrac{3\pi}{8}. \tag{15}$$

A továbbiakban a mérés során a bázisban fogunk dolgozni. Könnyen ellenőrizhető, hogy ebben a bázisban a Φ_+ Bell-állapotra $\bar{S} = 0$ adódik.

A Bell-egyenlőtlenség megsértésének erősségét a következő összefüggéssel szokták jellemezni:

$$n_\Delta = \frac{S-2}{\Delta S}, \tag{16}$$

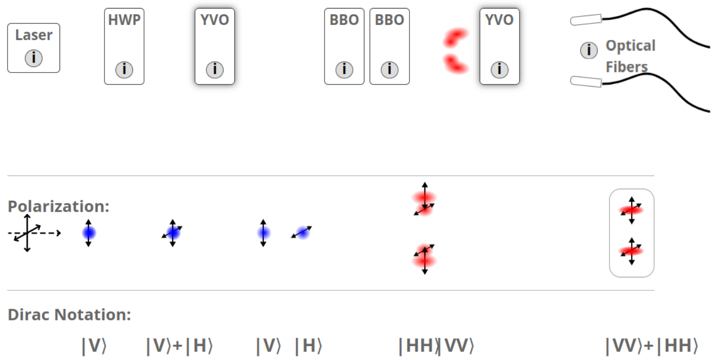
ahol ΔS a mért S érték szórása. Ha a $n_\Delta < 0$, akkor nincs sértés, egyébként pedig azt mondja meg, hogy a mért S érték a szórás hányszorosával esik az $S = 2$ határ fölé. A ΔS meghatározásához azt kell tudnunk, hogy a fotonok a forrásból Poisson-statisztika szerint érkeznek, azaz egy adott N beütésszámra a szórás $\sqrt{N}$. Ezt a hibaterjedés törvényével végig lehet vezetni és megkapni S hibáját.

Számolási feladat: határozzuk meg a többi Bell-állapot esetén az S és $\bar{S}$ értékeket a labor honlapján található jupyter notebook módosításával vagy papíron ☺!

4. A spontán parametrikus lekonvertálás

Az összefonódott fotonpárokkal végezhető mérések kulcsa a spontán parametrikus lekonvertálás (angolul: spontaneous parametric down-conversion, SPDC) folyamat, a mérés során a qutools ilyen eszközét fogjuk használni. Az SPDC folyamat legfontosabb része egy különleges nemlineáris optikai kristály, a β-bárium-borát (BBO). Egy 405 nm hullámhosszú, nagy teljesítményű UV diódalézer, az úgynevezett pumpáló lézer nyalábot fókuszálnak ebben a kristályban. Ha a pumpáló nyaláb polarizációja és a BBO-kristály tengelye olyan módon illeszkedik egymáshoz, amely egyszerre lehetővé teszi az energia- és impulzusmegmaradást, akkor a pumpált fotonok egy része két alacsonyabb energiájú, 810 nm-es közeli infravörös fotonná alakul át. Ezek a lekonvertált fotonok aztán az úgynevezett emissziós kúp ellentétes oldalain lépnek ki, és fotonpárt alkotnak. Bár az átalakulási arány alacsony (100 milliárd pumpált fotonból csak kb. 1 alakul át), ezek a fotonpárok igen hasznosak, hiszen amikor az egyik oldalon egy fotont figyelünk meg, tudjuk, hogy a másik oldalon is lennie kell egynek! A társfoton által „bejelentett” (angolul: ”heralded”) egyfoton-források aztán felhasználhatók a további kísérletek során.

Még érdekesebbé válik a rendszer, ha egy másik BBO kristállyal kiegészítjük, amelynek optikai tengelye merőleges az elsőre, a pumpáló lézer polarizációját egy félhullámlemez



1. ábra. A spontán parametrikus lekonvártálás sematikus rajza. Érdemes megnyitni az alábbi linket, ahol animáció mutatja be az SPDC folyamatot: qutools.com.

(HWP) alkalmazásával forgatjuk el. A két itterbium-vanadát (YVO) kristály szerepe a megfelelő késleltetés behangolása ahhoz, hogy két kristályból származó fotonpárok koherens módon átfedjék egymást, így nem lehet megkülönböztetni az első vagy a második kristályból származó párokat. A forrásból kijövő fotonpár fotonjai között polarizációs összefonódás jön létre. Ezt az összefonódást tesztelhetjük a Bell-egyenlőtlenségekben szereplő mennyiségek mérésével.

5. A mérés menete

A mérőberendezés fényképe és vázlata a 2. ábrán látható. Az SPDC forrásból kijövő nyalábok elé egy-egy forgatható polárszűrőt helyezünk. Mindkét nyalábot egy üvegszál csatoló vezeti az optikai kábelbe, amin a fotonok a kétcsatornás koincidencia (egyfoton) detektorba jutnak. A mérés során különböző összefont fotonpárokat fogunk vizsgálni, a Bell-egyenlőtlenségnek megfelelő legjobb bázist alkalmazva. Ehhez Alicenak és Bobnak (ami itt a két külön nyalábnak felel meg) két-két bázisban kell mérnie. A kiválasztott bázis esetén az adott polarizáció és a rá merőleges polarizációs irány az egymást kizáró események. Összesen tehát 16 polárszűrő állásban kell a koincidenciákat feljegyeznünk, amiből a (7) korrelációk kiszámolhatóak és az S illetve $\bar{S}$ kifejezések az (5) és a (6) adódnak. A mérési feladatokról és a műszer kezeléséről a helyszínen részletes leírás lesz.

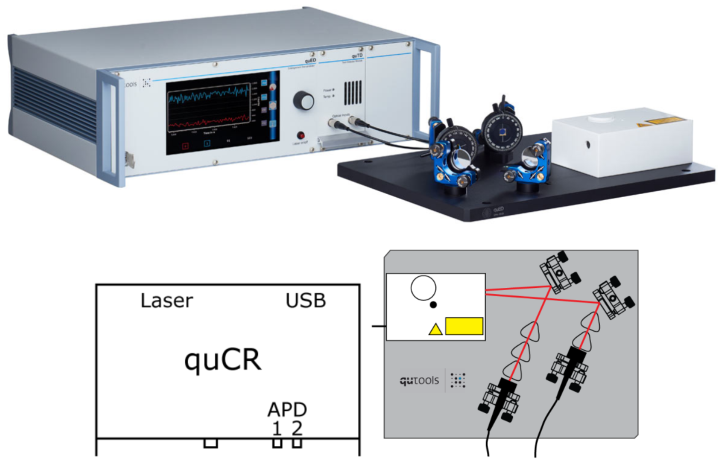
Hivatkozások

[1] Geszti Tamás, *Kvantummechanika*, (Tipotex, Budapest, 2007).

[2] Elsősorban az [1] könyv 15.1 és 15.10 fejezeteit javasolt elolvasni.

[3] M. Nielsen & I. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information, 10th Anniversary Edition, Cambridge University Press, Cambridge (2010).

[4] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, Physical Review **47** 777–780. (1935).



2. ábra. A mérőberendezés fényképe és vázlata

[5] J.F. Clauser; M.A. Horne; A. Shimony; R.A. Holt, *Proposed experiment to test local hidden-variable theories*, Phys. Rev. Lett., **23** 880 (1969).

[6] Csanád Máté: *Atom- és kvantumfizika*, http://atomfizika.elte.hu/atomkvantum/files/atomkvantum_jegyzet.pdf, 5.5 fejezet (2021.10.15-én letöltve).