

## 2. Az elemi töltés meghatározása

Kovács György

2013. április

### Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>2</b>
<b>2. Mérési elv</b>	<b>2</b>
<b>3. A mérés menete</b>	<b>4</b>
3.1. A mérőberendezés . . . . .	4
3.2. A cseppek töltésének meghatározása . . . . .	5
3.3. Az elemi töltés meghatározása . . . . .	6
<b>4. Gyakorló kérdések</b>	<b>7</b>
<b>5. Mérési feladatok</b>	<b>7</b>

# 1. Bevezetés

Egyes elektromos jelenségeket már az ókorban is ismertek, de az elektromossággal kapcsolatos igazán tudományos eredmények inkább a 18-19. századra jellemzők. Az elektrolízis tanulmányozása vezetett arra a következtetésre, hogy az atomok töltött részecskékből állnak. A töltéssel rendelkező ionok az elektródákon leadva a töltésüket, semlegesé válva távoznak. Faraday törvényei szerint bármilyen ion grammegyenérték súlynyi mennyiségének semlegesítéséhez ugyanannyi töltésmennyiség szükséges, számértékben 96500 C és az Avogadro törvény alapján, miszerint bármilyen egy vegyértékű anyag grammegyenérték súlynyi mennyiségében ugyanannyi atom van ( $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ ) következik, hogy az elektromosságnak létezik egy elemi egysége, ami épp az elektrontöltéssel egyezik meg. Az elektrolízis alapján kiszámított elemi töltést sok ion töltésének átlagából kapták, és ezért fontos volt, hogy egy-egy atom egyedi töltéséből határozzák meg az elemi töltést. Az elektron felfedezése Thomson nevéhez fűződik, de az elemi töltés megmérése és így az elektron töltésének pontos meghatározását Robert Millikan 1910-ben elvégzett kísérlete adta. Millikan többek közt ezért a kísérletéért kapott 1923-ban Nobel-díjat. Gyakorlatilag mi is ezt a mérést fogjuk követni, hogy meghatározzuk az elemi töltést.

# 2. Mérési elv

Homogén, de változtatható nagyságú elektromos térbe töltött olajcseppet juttatunk. A cseppek mozgását megfigyelve, azaz a sebességét mérve, meghatározható az olajcsepp töltése. Bármilyen legyen is az olajcseppek töltésének előjele, be fogjuk látni, hogy az egy elemi töltésmennyiségnek egész számú többszöröse. Legyen egy kis olajcsepp tömege  $m$ . Feltételezzük, hogy a kis cseppünk a felületi feszültség miatt gömb alakú. Ha kikapcsoljuk az elektromos teret, a mozgó olajcseppre a gravitációs erő, a levegő felhajtó ereje és a súrlódási erő hat. Ez utóbbit a mozgó cseppnek a levegő molekuláival való ütközés okozza. Ha a csepp mérete jóval nagyobb, mint a levegő molekulák szabad úthossza, a súrlódási erő a Stokes-féle fékezőerőből határozható meg, ami

$$F = 6\pi\eta r v, \tag{1}$$

ahol  $\eta$  a belső súrlódási együttható,  $v$  a sebesség és  $r$  a sugár. A sebességgel arányos fékezőerő miatt a csepp egy idő után csak függőlegesen mozog egyenletes sebességgel. A nehézségi erővel egyensúlyt tart a levegő felhajtóereje és a súrlódási erő. Az olaj illetve levegő sűrűségét  $\rho_o$ -val illetve  $\rho_l$ -l-lel jelölve, fennáll

$$4/3\pi r^3(\rho_o - \rho_l)g = 6\pi\eta r v_0,$$

amiből meghatározható a csepp sugara:

$$r = \sqrt{\frac{9}{2} \frac{\eta v_0}{(\rho_o - \rho_l)g}}. \quad (2)$$

Ha az egymástól  $d$  távolságra lévő lemezekre akkora  $U$  feszültséget kapcsolunk, hogy a cseppek lebegjenek, akkor az elektromos térerősség a  $q$  töltésű cseppre  $qU/d$  erőt fejt ki és ez az erő tart egyensúlyt a nehézségi erővel és a felhajtó erővel. Ilyenkor nincs súrlódási erő, a

$$4/3\pi r^3(\rho_o - \rho_l)g = qU/d$$

összefüggésből  $r$  behelyettesítésével kapjuk, hogy

$$q = \frac{1}{U} d \frac{4}{3} \pi \left( \frac{9}{2} \eta v_0 \right)^{\frac{3}{2}} [(\rho_o - \rho_l)g]^{-\frac{1}{2}}.$$

A gyakorlatban elég nehéz úgy beállítani a térerősséget, hogy a töltés nem mozog, ezért inkább a dinamikus módszert alkalmazzák, ahol a csepp vagy a gravitációs térrel ellentétes irányba mozog  $v_{fel}$ , vagy a gravitációs tér irányába  $v_{le}$  állandó sebességgel. Csak azokat a töltéseket kell tekinteni, amelyekre ható gravitációs erő kisebb mint  $qU/d$ , ellenkező esetben ugyanis rövid idő alatt kifutnak a megfigyelő mikroszkóp látóteréből. A megfelelő

$$qU/d = 4/3\pi r^3(\rho_o - \rho_l)g + 6\pi\eta r v_{fel}$$

$$qU/d = -4/3\pi r^3(\rho_o - \rho_l)g + 6\pi\eta r v_{le}$$

összefüggésekbe  $r$ -t behelyettesítve és  $q$ -t kifejezve kapjuk a

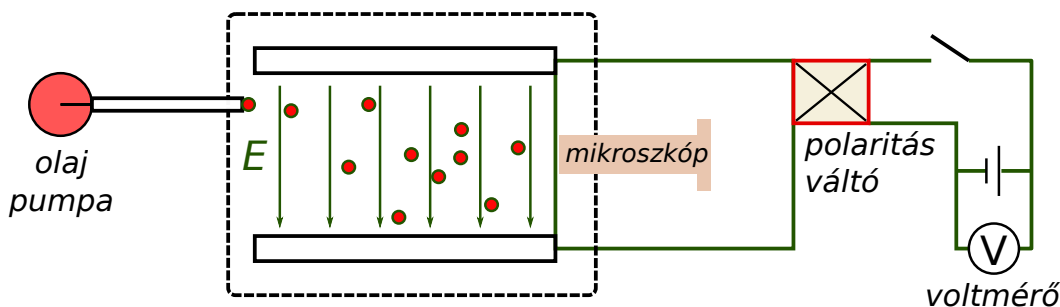
$$q = \frac{1}{U} d \frac{4}{3} \pi \left( \frac{9}{2} \eta v_0 \right)^{\frac{3}{2}} [(\rho_o - \rho_l)g]^{-\frac{1}{2}} + \frac{6\pi\eta d}{U} v_{fel} \left( \frac{9}{2} \frac{\eta v_0}{(\rho_o - \rho_l)g} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$q = -\frac{1}{U} d \frac{4}{3} \pi \left( \frac{9}{2} \eta v_0 \right)^{\frac{3}{2}} [(\rho_o - \rho_l)g]^{-\frac{1}{2}} + \frac{6\pi\eta d}{U} v_{le} \left( \frac{9}{2} \frac{\eta v_0}{(\rho_o - \rho_l)g} \right)^{\frac{1}{2}}$$

összefüggéseket.

### 3. A mérés menete

#### 3.1. A mérőberendezés



1. ábra.

Az 1. ábrán látható mérőberendezés két egymástól szigetelő távtartóval ellátott fémkorong gyakorlatilag egy kondenzátor, melyet átlátszó plexi kamrába helyezünk. A fémlelapokat a plexi kamrán átmenő elektródákkal látjuk el, és ezeket csatlakoztatjuk a változtatható feszültségű tápegységhez. A plexi kamra oldalfalán kicsi lyuk van, amelyen keresztül egy gumipumpa segítségével permetezzük be a porlasztott olajcseppeket. A beáramló olajcseppek porlasztáskor töltötté válnak, és a mérőkamrában elvesztik kinetikus energiájukat. A cseppeket oldalról egy lámpa segítségével világítjuk meg, és szemből nézzük egy skálabeosztással ellátott mikroszkópon. Valójában a cseppeket úgy észleljük, mint amikor egy szobába besütő napfény hatására oldalról látjuk a levegőben táncoló porsemcséket. A lámpa fényének nagy része keresztülmegy a lemezek közt, egy kis részük visszaverődik és megvilágítja a mikroszkóp skáláját. A tápegység főkapcsolóját bekapcsolva a lámpa azonnal ég, és külön kapcsolóval kapcsoljuk a kondenzátorra a nagyfeszültséget (vigyázat 600 V). A feszültség egy potenciométerrel folytonosan szabályozható és értékét a tápegységen lévő digitális kijelző mutatja. Egy másik kapcsoló a polaritás váltó, aminek segítségével a lemezekre ellentétes polaritással kapcsolhatunk feszültséget. A mikroszkóp tubusának mozgatásával különböző pontok képét állítjuk élesre, gyakorlatilag azonban minden helyzetében található jó néhány olyan csepp, aminek a képe éles. A mikroszkóp nézőkijében a cseppek mozgásának vizsgálatára vonalbeosztás található. A vonalbeosztást viszont mindenki a saját szemére élesítse az objektív forgatásával. A mérést a tápegység bekapcsolásával kell kezdeni. Ezután a vonalbeosztás élesítése következik, majd a porlasztó pumpájának két-háromszori pumpálásával olajcseppeket juttatunk a mérőkamrába. Ellenőrizzük, hogy a porlasztó a mérőkamra lyukánál legyen. A porlasztás után azonnal rengeteg fénylő pontot látnak, amik fokozatosan kimennek a látómezőből. Érdekes a porlasztás után bekapcsolni a teret és kiválasztani egy nem túl gyorsan mozgó pontot, és kipróbálni, hogy a polaritás változtatásával a cseppet bent

tudjuk e tartani a látómezőben, a cseppet fel-le mozgatva a polaritás kapcsoló segítségével. Ha ez sikerült, mérjük meg a csepp sebességét tér nélkül és legalább az egyik irányú elektromos térnél. A sebességmérés vizuális megfigyelésen alapszik, ezért a mérés pontossága érdekében legalább 10 beosztás megtételéhez tartózkodó időt detektáljunk a mellékelt stopperóra segítségével. Ez a dinamikus módszer. Itt minden mérés után ellenőrizzük a lemezekre kapcsolt feszültséget, amit érdemes 600 volt körüli értéknek választani. A statikus eljárás elvben egyszerűbb, de kivitelezni nehezebb. Ott szintén meg kell mérni tér nélkül a sebességet a sugár meghatározásához, majd olyan teret kell beállítani, aminél a cseppecske áll. A könnyebbség, hogy itt nem kell sebességet mérni csak a tér értékével arányos feszültséget leolvasni, azonban a gyakorlatban nagyon nehéz eldönteni, hogy a csepp áll vagy csak lassan mozog. Itt jegyezzük meg, hogy polaritás váltáskor előfordul, hogy a cseppecske töltése megváltozik. Az első méréseket Millikan úgy végezte, hogy röntgensugárázással megváltoztatta a csepp töltését, de ez a változás csak egy-két elemi töltés volt. Mi biztonsági szempontból ezt nem követhetjük, de ma már rendelkezésünkre áll számítógépes kiértékelési lehetőség. Bár a statikus eljárás elvileg egyszerűbb, gyakorlati kivitelezése nehéz, ha lassú cseppekről van szó, ezért a cseppek töltésének dinamikus eljárással történő meghatározása javasolt. A mérési feladatunk első része tehát az, hogy meghatározzuk 25-30 csepp sebességét tér nélkül és elektromos térben.

### 3.2. A cseppek töltésének meghatározása

A bevezetőben ismertetett képlet szerint legalább egyik irányú térben és tér nélkül is meg kell a sebességeket határozni, de a képletben szereplő egyéb mennyiségek értéke is változhat, ami miatt kiegészítő számításokat is kell végeznünk. Mint említettük a sebességmérés relatív pontossága nő, ha a részecskék útja nagy, legalább 10 egység. A sebesség meghatározáshoz ismernünk kell az objektív skála-beosztásának értékét. A LEYBOLD készülék egy skálaegysége  $5,333 \cdot 10^{-5}$  m, amit a mellékelt etalonnal ellenőrizzen.

A térerősség  $U = Ed$  képletében szereplő  $d = 6$  mm. olaj sűrűsége:  $875 \text{ kg/m}^3$  levegő sűrűsége:  $1,29 \text{ kg/m}^3$  utóbbi relatív sűrűsége a hőmérséklettel sokkal jelentősebb mértékben változik, mint az olajé, de ezt a változást az olaj és levegő sűrűsége közti nagy különbség miatt nem fontos figyelembe venni.

A levegő  $\eta$  belső súrlódási együtthatója szintén hőmérsékletfüggő, és korrekciót kell alkalmazni.

$$\eta_T = \eta_0 \sqrt{\frac{T}{T_0} \frac{1 + \frac{C}{T_0}}{1 + \frac{C}{T}}},$$

ahol  $\eta_0 = 1,708 \cdot 10^{-5} \text{ Pas}$ ,  $C = 113 \text{ K}$ ,  $T_0 = 273 \text{ K}$  és  $T$  a levegő Kelvinben mért hőmérséklete. Még egy korrekciót kell használni. Az (1) Stokes-féle súrlódási törvény csak akkor igaz, ha a csepp mérete nagy a közeg molekuláinak szabad úthosszához viszonyítva.

Ha ez nem áll fenn, akkor (1) a következő képen módosul:

$$F_s = 6\pi\eta rv \frac{1}{1 + \frac{K}{pr}}, \quad (3)$$

ahol  $K = 8,26 \cdot 10^{-3}$  Pam és  $p$  a külső légnyomás. A korrekciót önkonzisztens módon végezzük. A (2)-ből meghatározott sugarat behelyettesítjük (3)-ba és meghatározzuk a  $F_s$  első korrekcióját. Ezt (2) bal oldalába helyettesítve  $r$  első korrekcióját kapjuk, amit (3)-ba helyettesítve  $F_s$  további korrekcióját kapjuk. Gyakorlatban elég az első korrekció a sűrűlási erőhöz, magasabb korrekciót csak nagyon kis sugaraknál kell alkalmazni.

### 3.3. Az elemi töltés meghatározása

Ha sikerült 25-30 csepp töltését meghatározni, akkor a következő feladat meghatározni az elemi töltést. Elvileg meg kellene keresni a megmért töltések legnagyobb közös osztóját. Az egyes cseppek töltése 1-20-szeres értéke az elemi töltésnek, vannak ugyan kiugró esetek, de ezek első körben elhanyagolhatók. Ha nem lenne mérési hiba, azaz minden csepp töltését pontosan mérjük, akkor az egymáshoz közeli töltések értékeit kivonva egymásból és ezt a műveletet esetleg a különbségekkel megismételve a különbségek egy meghatározott értéknél nem lennének kisebbek, a 0-t kivéve és ez lenne az elemi töltés. A baj az, hogy mindig van mérési hiba. Millikan röntgensugárral változtatta meg a cseppek töltését, ami egy- két elektronnyi töltésváltozással járt és ezekből számolt, de mi ezt sugárvédelmi előírások miatt nem tehetjük. Előfordulhat, hogy nagyon nagy, néhány kilovoltos feszültséget kapcsolva a kondenzátorra és hirtelen irányt változtatva, a cseppekről leszakadhat töltés, de ez meg az átütés veszélye miatt nem célravezető. Ha azonban némi ügyeskedéssel és kitartással sikerül legalább 25 csepp töltését megmérni, rendelkezésre áll 25 adat ami az elemi töltés egészszámú többszörösének és egy véletlenszerű hibának az összege. Ezekből az adatokból meghatározható a legnagyobb közös osztó, azaz az elemi töltés értéke a következő módon. Legyen  $q_i$  a mért töltés és  $e$  az egyenlőre ismeretlen elemi töltés. Képezzük a következő függvényt.

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \sin^2 \left( \pi \frac{q_i}{x} \right).$$

Ha  $q_i$ -k pontosan egész számú többszöröse lennének  $e$ -nek, akkor a függvény  $e$ -re és  $e$  bármely egész számmal osztott értékére 0-t adna, a szumma minden tagja zérus. Ha a valóságos esetet nézzük ott  $q_i/e$  közelítőleg egészek némi hibával, így a függvény az  $x = e$  helyen helyi minimumokkal rendelkezik. Ugyancsak minimumot kapunk  $e/2, e/3, \dots$  helyeken és a minimumhelyek közül a legnagyobb lesz az elemi töltés.

## 4. Gyakorló kérdések

1. A Faraday-törvényekből, hogy határozható meg az elemi töltés?
2. Mi a Stokes-féle súrlódási törvény?
3. Mi a Stokes-féle súrlódási törvény érvényességének feltétele?
4. Hogyan méri meg a porlasztott olaj cseppek sugarát?
5. Mi a statikus és dinamikus módszer a cseppek töltésének meghatározására?
6. Miért kell a hőmérsékletet és a nyomást megmérni?
7. Miért és hogyan kell a cseppek sugarát pontosabban meghatározni?
8. Miért nem lehet két különböző irányú térben mért sebességből meghatározni a csepp töltését?
9. Hogyan tudná meghatározni az elemi töltést a cseppek töltéséből?
10. Milyen  $q/m$  fajlagos töltésű cseppeket tud nehezen detektálni?

## 5. Mérési feladatok

1. Kalibrálja a mikroszkóp nagyítását!
2. Mérje meg legalább 25 csepp sebességét tér nélkül és térben!
3. Határozza meg a cseppek sugarát!
4. Számítsa ki az önkonzisztens módszerrel második rendig a cseppek korrigált sugarát és a korrigált súrlódási erőt!
5. Becsülje meg, hogy milyen értéknél kell a cseppek sugarának nagyobbnak lenni 1%-os illetve 0,1%-os pontosság eléréséhez első és második korrekciót alkalmazva!
6. Számolja ki a cseppek töltéseit!
7. A kiszámolt értékeket helyezze el egy számegyenesen demonstrálva, hogy a töltések a hibán belül csak diszkrét értékeket vehetnek fel!
8. Határozza meg az elemi töltést!