19. Az elektron fajlagos töltése

Hegyi Ádám

2015. február

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés

Az elektron a legkönnyebb véges tömegű elemi részecske, antianyagbeli párja a pozitron tömege és spinje megegyezik az elektronéval, azonban ellentétes töltésű. Az elektron az első felfedezett elemi részecske. Az elemi elnevezés arra utal, hogy az elektron oszthatatlan, tovább nem bontható, belső szerkezettel nem rendelkezik. A mai részecskefizika továbbra is elemi résznek tekinti az elektront, szemben a később felfedezett protonnal és neutronnal, melyek a mai álláspont szerint kvarkokból épülnek fel. Az elektron tömegét közvetlenül nem lehetett megmérni. J. J Thomson a katódsugarak elektromos és mágneses terében történ eltérülésből számította ki az elektron töltésének és tömegének a hányadosát (e/m_e), a fajlagos töltést, melyre $1,67 * 10^{11}$ C/kg értéket kapott. Ebből következtetett az elektron tömegének nagyságára, feltételezve, hogy minden elektron egy e elemi töltésadaggal rendelkezik. Az elemi töltésadag nagyságát 1913-ban Robert Millikan amerikai fizikus mérte meg, s ezért később Nobel-díjat kapott. Millikan vízszintes helyzet kondenzátorlemezek közötti homogén elektromos térbe olajcseppeket porlasztott, melyek a súrlódás következtében elektromos töltést nyertek. A mikron nagyságú csöppek egyenletes mozgását mikroszkóppal megfigyelve következtetni lehetett a cseppek töltésének Q nagyságára. A kísérleti tapasztalat szerint a cseppek töltésére mindig az $e = 1,6 * 10^{-19}$ C elemi töltés egész számú többszöröse adódott. Az elnevezés a görög elektron szóból származik, amely jelentése borostyánkő. A görögök borostyánkövet dörzsöltek meg más anyaggal, és tapasztalták az elektromos vonzó tulajdonságát.

Mérésünk során a Thomson által használt kísérleti összeállítással mérjük meg az elektron fajlagos töltését ϵ:

$$\epsilon = \frac{e}{m_e}$$

Ha egy e töltésű elektron v sebességgel mozog homogén mágneses térben (B), a jól ismert Lorentz-erő hat rá:

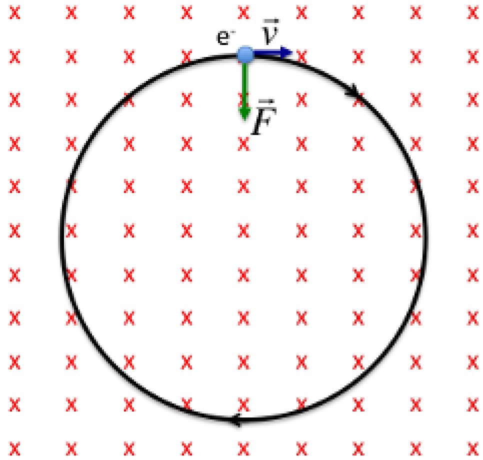
$$F = evB$$

A Lorentz-erő az elektron pályájának minden pontján a pálya érintőjére merőleges irányú, azaz centripetális erő amely r sugarú körpályán tartja ez elektront:

$$F = m_e \frac{v^2}{r},$$

Az előző két egyenlet jobb oldala egyenlő, melyből kiszámolható az ϵ fajlagos töltés:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{v}{rB}$$



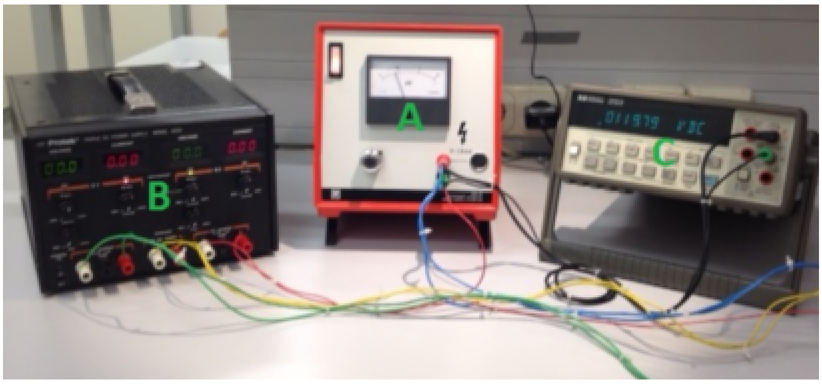
1. ábra. Elektron mozgása mágneses térben

A kísérletben az elektronok egy izzókatódos elektronforrásból U gyorsítófeszültség hatására lépnek ki, így a kinetikus energiájuk:

$$eU = \frac{m_e}{2}v^2$$

Az ebből kifejezett v sebességet behelyettesítve az 1 egyenletbe az elektron fajlagos töltését a következő összefüggés adja:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2U}{(rB)^2}$$

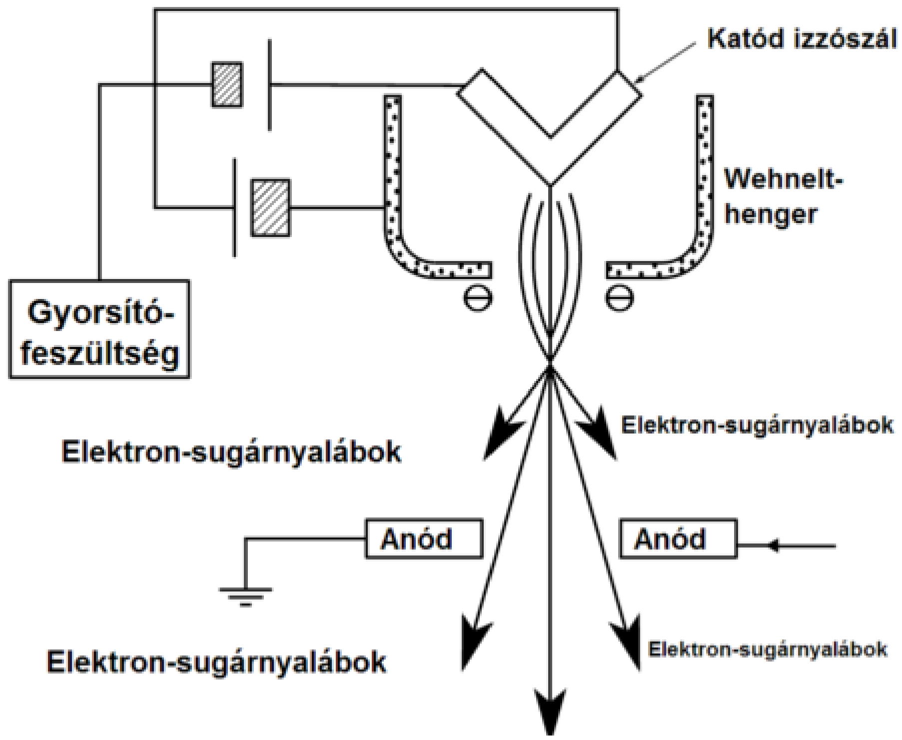


2. ábra. A mérési elrendezés, balról jobbra: kis feszültségű DC tápegység, nagy feszültségű tápegység, digitális multiméter.

2. Mérési összeállítás

Az elektroncső (más néven katódsugárcső) egy állványra van erősítve, melyet a Helmholtz tekercsek vesznek körül. Vigyázat, az elektroncső nagyfeszültséggel működik, a csatlakozóhoz nem szabad nyúlni működés közben! Az izzókatódon termikus elektronemisszióval gerjesztett elektronokat az anód és a katód közötti nagy feszültségű elektromos tér nagy sebességre gyorsítja fel. A gyorsításhoz szükséges, hogy a katódsugárcső belsejében nagy vákuum (2-3Pa nyomás) legyen jelen, mert a szabad elektronokat tartalmazó katódsugár légköri nyomást (vagy hasonló nagyságrendet) tartalmazó gázban (pl. levegőben) nagy reakcióképessége miatt túl gyorsan elnyelődik, és szóródást szenved. A nagy sebességre felgyorsított elektronok az anód felé vándorolnak. Az elektronok gyorsítására fordított munkát az anód és a katód között található elektromos mező végzi, amely a munkatétel értelmében teljes egészében az elektronok mozgási energiájának növekedésére fordítódik:

$$W = U * e = \frac{1}{2} m_e v^2$$



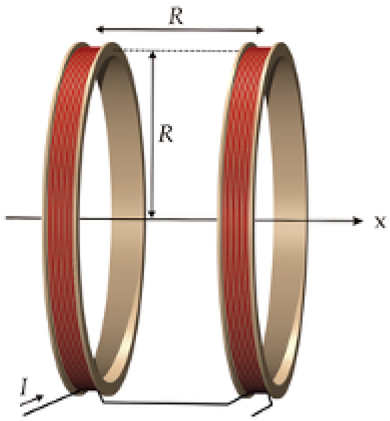
3. ábra. Az izzókatódos elektronforrás felépítése.

ahol U az anód feszültsége, W pedig az elektronon végzett munka. A csőben kis nyomású vízgőz van, a hidrogén atomok az elektronokkal ütköznek, az ütközés halvány lila fény kibocsátásával jár, így indirekt módon láthatjuk az elektronok pályáját.

Az elektronforrás része a Wehnelt henger is. Ez tulajdonképpen egy elektróda amely körbeveszi a nyalábot, így elektrosztatikus lencseként funkcionál. A Wehnelt-henger a katódhoz közel helyezkedik el, így csak azokat az elektronokat engedi eljutni az anódig, és ezáltal felgyorsulni, amelyet a rajta található lyukon átjutnak, azaz egy nagyon szűk tartományra kollimálja a nyalábot. A Wehnelt-hengerre további negatív feszültség kapcsolható, amely energia és irány szerint tovább szeparálja a nyaláb elektronjait, ám ez csökkenti a gyorsítófeszültséget. Az ideális az, hogy a Wehnelt feszültség több százszor kisebb a gyorsítófeszültségnél.

2.1. Helmholtz-tekercsek

A mágneses teret Helmholtz-tekercsek biztosítják. A tekercspár belsejében nagyjából homogén mágneses tér indukálódik. A Helmholtz-tekercspár két önálló szolenoid, szimmetrikusan, egy tengelyen elhelyezve. A tekercsek közös tengelyén mért távolsága megegyezik a sugarukkal. Ez a szimmetria minimalizálja a mágneses tér inhomogenitását a tekercsek közötti térrészben. A szimmetriaközéppontban a mágneses térre igaz hogy $\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = 0$ (azaz 4. derivált az első nem eltűnő derivált), de a tekercsek belsejében bárhol mérve a mágneses tér nem különbözik a középponti értéktőé 7%-nál jobban. A Helmholtz-tekercseket sok esetben használják a Föld mágneses terének kioltására is homogenitása miatt.



4. ábra. A Helmholtz-tekercsek geometriai elhelyezkedése.

Az egzakt mágneses teret matematikailag nehéz kiszámolni, de néhány közelítéssel a szimmetriatengely mentén egyszerűsíthetünk a számoláson. Tekintsük a szimmetria-tengelyre merőleges síkot, és legyen a szimmetria középpontja $x = 0$. Először kvalitatíven vizsgáljuk meg a mágneses helyfüggésének sorfejtését a középpont körül. Egyszerű szimmetriatulajdonságokból következik, hogy minden páratlan derivált zérus, és mivel a geometriai középpont a mágneses térben inflexiós pont, így a második derivált is eltűnik, tehát a negyedik derivált az első nem eltűnő korrekció.

Most számoljuk ki a középpontban mérhető mágneses teret.Legyen a tekercs sugara R és menetszáma egyenként n. Induljunk ki az egy áramhurok által indukál mágneses térből (Biot-Savart törvény):

$$B_1(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

μ_0 a vákuum mágneses permeabilitása, I a tekercs árama, R a sugara, x a tengely vonalában mért távolság. Mivel a Helmholtz tekercs mindkét szolenoidja n menetszámú, így egy tekercs által keltett tér:

$$B_1(x) = \frac{\mu_0 n I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

A tekercsek a geometriai centrumtól $\frac{R}{2}$ távolságra vannak így a mágneses tér:

$$B_1(R/2) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + (R/2)^2)^{3/2}}$$

A kapcsolásból adódik, hogy a két tekercs tere egyszerűen egy tekercs terének a kétszerese:

$$B(R/2) = 2B_1(R/2) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + (R/2)^2)^{3/2}}$$

Egyszerűsítések után adódik, hogy:

$$B(R/2) = \left(\frac{8}{5\sqrt{5}}\right) \frac{\mu_0 n I}{R}$$

A mágneses tér homogenitása tovább javítható a tengelyre merőlegesen elhelyezett tekercspárokkal (Maxwell-tekercsek). Az előzőekben láttuk, hogy ha a tekercsekben I áram folyik a mágneses tér:

$$B = kI$$

adódik. A mérési feladat része a k állandó meghatározása.

2.2. Hall-szonda

A Helmholtz-tekercspár árama és a katódsugárcsőben mérhető mágneses tér közötti arányosságot egy Hall-szondával mérhetjük meg. A Hall-szonda működése nagyon egyszerű, így tekintsük át. Ha egy vezetőben áram folyik és ezzel egy időben olyan mágneses tér van jelen amely iránya nem párhuzamos az áram irányával, akkor az elektronokra a Lorentz-erő hat. (Csakúgy mint a katódsugárcső belsejében gyorsított elektronokra). Képzeljük el ennek hatását egy kis téglalap alakú vezetőben (5. A Lorentz-erő hatására az elektronok a vezető anyag két oldalsó szélén akkumulálódnak (egyiken a negatív töltéshordozók, másikon a pozitívak), így e két pont között feszültség mérhető. Vezetőben csak az elektronok hordoznak töltést, ám a Hall-effektus félvezetőkben is jelen van.

Egyszerű vezetőben úgy számolhatunk, hogy a Hall-effektus által eltérített elektronok éppen kioltják a Lorentz-teret tehát:

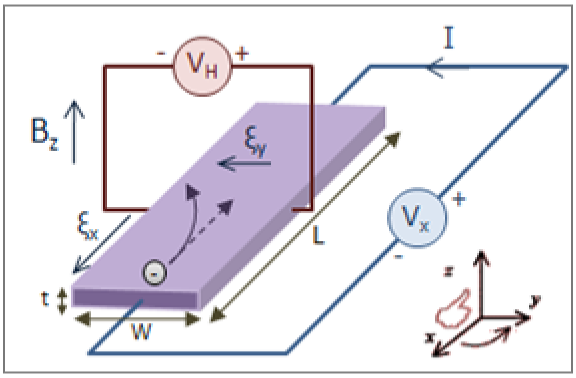
$$F = q(E + v \times B),$$

ahol $E = V_H/w$, w a vezető szélessége, $v = L/T$, L a vezető hossza, T az idő, $I = Q/T$, $Q = nLwte$, t a vezető vastagsága, e az elemi töltés.

Ebből a Hall-feszültség:

$$V_H = \frac{IB}{nte}$$

Tehát a szondán mérhető Hall-feszültség arányos a mágneses térrel. Ám nagyon fontos megemlíteni, hogy a szonda a síkjának normálisával párhuzamos mágneses térkomponenst méri, tehát ennek megfelelően állítsuk be az irányát.



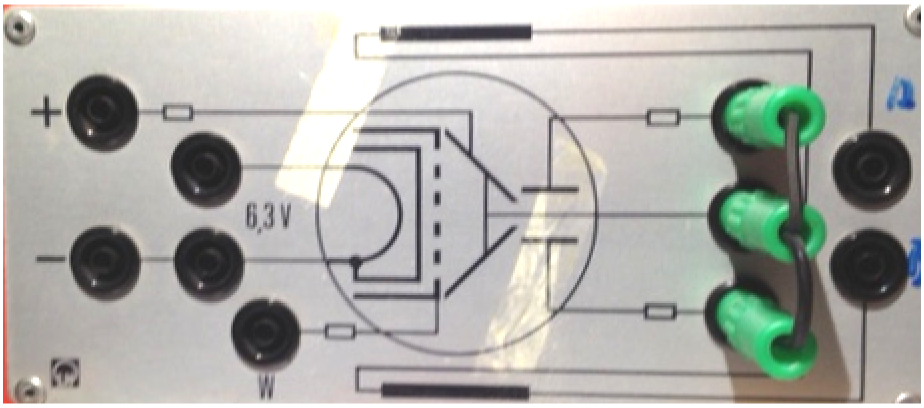
5. ábra. Hall effektus egyszerű vezetőben.

Az előzőekben leírt ismeretek birtokában tehát a gyorsítófeszültségből a mágneses térből és az elektron-körpálya sugarából kiszámítható az elektron fajlagos töltése:

$$\frac{1}{B^2} = \frac{e}{m_e}\frac{1}{2}\frac{r^2}{U}$$

$\frac{q}{B^2}$-et ábrázolva r^2/U függvényében az adatokra illesztett egyenes meredeksége arányos az elektron fajlagos töltésével.

A körpálya sugarát a tekercsekre erősített tükrös vonalzóval mérhetjük meg. Ehhez a fénylő kör tükörképét, magát a kört és a vonalzó nóniuszát egy vonalba hozva leolvashatjuk a körpálya két szélének helyzetét. Figyelem, a sugár az átmérő fele! Az elektroncsövet TILOS kiszerelni az állványból, a mágneses tér mérését a cső körül végezzük, a megjelölt pontban! A mérőhelyen az elektronforrás és a Helmholtz tekercsek előre csatlakoztatva vannak a tápegységekhez és a mérőműszerekhez, ám a bekötés teljes megértése része a mérésnek. Az "A" nagyfeszültségű tápegység hajtja meg az elektronforrást (kék vezeték). A "B" kisfeszültségű tápegységgel fűtjük a katódot (sárga vezeték), hajtjuk meg a Helmholtz tekercseket (zöld vezeték), és innen kapja a Hall-szonda is a betáplálást (piros vezeték). A fekete vezetékekkel mérjük a Hall-feszültséget és a gyorsítófeszültséget. Fontos megjegyezni, hogy a nagyfeszültségű tápegység működési elvéből és a katódsugárcső hőmérsékletfüggő vezetőképességéből adódóan a nagyfeszültség értékében időbeli negatív kúszás (drift) figyelhető meg. Ezt vegyük figyelembe a hibaszámításkor és a nagyfeszültség értékének leolvasásakor is!



6. ábra. A katódsugárcső kapcsolási rajza.

A jegyzőkönyvnek tartalmaznia kell:

1. Rövid elméleti bevezetőt
2. A mérési összeállítást és a mérés menetét
3. A mért adatokat
4. Az adatok mellett azok mért, becsült vagy számolt hibáját

5. Az eredményeket és a diszkussziót

2.3. Hibaszámítás

Az elektron tömege irodalmi adatokból $m_e = 9,1 * 10^{-31} kg$. A mérésünkben használt módszerrel ennek az adatnak pusztán a nagyságrendi meghatározása is jó eredménynek tekinthető. Az összes hibaforrást vegyük figyelembe ami csak szóba jöhet:

1. A műszerek leolvasási pontosságát (nagyfeszültség, Helmholtz áram).
2. A vonalzó kissé nehézkes használatából eredő emberi tényezőt.
3. A reprodukálhatóságból eredő hibákat.
4. A nagyfeszültség driftjéből adódó hiba.

A mérésben használt minden összefüggés lineáris, így a hibaszámításnál egyszerűen járhatunk el. Fontos, hogy indokolva legyen a hiba kiszámításához használt összefüggés.

3. Gyakorló kérdések

1. Mágneses térben milyen erő hat egy mozgó ponttöltésre?
2. Mi a Helmholtz-tekercs és hogyan működik?
3. Mekkora a Helmhotz-tekercsek belsejében a mágneses tér inhomogenitása?
4. Mi a Biot-Savart törvény?
5. Mi a Hall-szonda és hogyan működik?
6. Milyen összefüggés van a Hall-feszültség a mágneses tér valamint a Hall-feszültség és a szonda árama között?
7. Milyen elektronforrást használunk a mérés során, az hogyan épül föl?
8. Mi a szerepe a Wehnelt-hengernek?
9. Hogyan működik a katódsugárcső?
10. Hozzávetőleg mekkorák a következő feszültségek a mérésünk során: izzókatód feszültsége, gyorsító feszültség, Wehnelt-henger feszültsége, Hall-feszültség?
11. Hogyan függ az elektron körpálya sugara a következőktől: gyorsítófeszültség, mágneses tér, elektron töltése?
12. Hogyan olvassuk le a körpálya sugarát?

4. Mérési feladatok

1. Értelmezze a mérési összeállítást és beszélje meg a mérésvezetővel a részleteket.

2. Először kalibrálja a Helmholtz-tekercseket. Ehhez a mérőhelyen található Hall-szondát használja! A Hall-feszültség és a mágneses tér között az α arányossági tényező teremt kapcsolatot:

$$B = \alpha U_{Hall}, \alpha = 8,5 * 10^{-2} \frac{mT}{mV}$$

   Mérje meg a pirossal jelölt pontokban a mágneses teret 0,4 A és 1,3 A közötti tekercsáramok esetén 10 pontban. Végezzen reprodukálhatósági mérést, azaz egy adott áramnál mérje meg ötször a mágneses teret. Figyelem a Hall-szonda mérősíkja merőleges kell, hogy legyen a mágneses erővonalakra.

3. A mágneses tér kalibrálása után (ennyi idő alatt már kellően felmelegedett az izzókatód) adja rá a gyorsítófeszültséget az elektronágyúra. Mérje meg 3 különböző gyorsítófeszültség (130 V, 170 V, 220 V) esetén az elektron-körpálya sugarát, mindhárom esetben 0,8 és 1,3 A tekercsáramok között 0,5 A-es lépésekkel. A kapott adatokból illesszen az $\frac{1}{B^2}(r^2/U)$függvényre egyenest melyből számolja ki az elektron tömegét!

4. Végezzen itt is reprodukálhatósági mérést az előző pontban leírtakhoz hasonló módon!

5. Az elektronágyúknál sokszor alkalmaznak Wehnelt-hengert a nyaláb fókuszálásához. A mérési összeállítás is tartalmaz ilyet. Kapcsoljon feszültséget a Wehnelt-hengerre és beszélje meg a mérésvezetővel és írja le a tapasztalatait.